

ДКПП 72.20.22.500

**ЗАТВЕРДЖЕНО**  
**25775375.03.01 МРВ**

Програмний засіб  
**“Програмно-методичний комплекс Терм VII підтримки  
практичної навчальної математичної діяльності”**  
Версія 1.0 реліз 05

**Методичні рекомендації вчителям**

**25775375.03.01 МРВ**

Випуск 1

(Вводяться вперше)

Введені в дію \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
/рік-місяць-число/

Термін дії до \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
/рік-місяць-число/

Або без  
обмеження

**Херсон 2004**

## **Зміст**

|                                                          |    |
|----------------------------------------------------------|----|
| 1. Вступ.....                                            | 3  |
| 1.1. Концепція підтримки діяльності учня в ПМК ТерМ..... | 3  |
| 1.2. Концепція підтримки діяльності вчителя.....         | 4  |
| 1.3. Склад ПМК Терм.....                                 | 4  |
| 2. Характеристики програмних модулів ПМК ТерМ.....       | 5  |
| 2.1. Навчальний посібник.....                            | 5  |
| 2.2. Вправи .....                                        | 5  |
| 2.3. Задачник.....                                       | 6  |
| 2.4. Зошит.....                                          | 6  |
| 2.5. Середовище розв'язання.....                         | 6  |
| 2.6. Розв'язувач.....                                    | 7  |
| 2.7. Графіки.....                                        | 7  |
| 2.8. Довідник.....                                       | 7  |
| 3. Використання ПМ Навчальний посібник та ПМ Вправи..... | 9  |
| 4. Організація практичної роботи в ПМК ТерМ.....         | 11 |
| 4.1. Структура задачника.....                            | 11 |
| 4.2. Розв'язання задач у режимі перевірки.....           | 11 |
| 4.3. Розв'язання задач у режимі автоматизації.....       | 12 |
| 4.4. Розв'язання задач у змішаному режимі.....           | 13 |
| 4.5. Використання зошитів.....                           | 13 |
| 5. Використання ПМ Розв'язувач.....                      | 13 |
| 6. Використання ПМ Графіки. ....                         | 13 |
| Література .....                                         | 16 |

## 1. Вступ

Значна кількість традиційних комп'ютерних курсів математики базується на ідеях програмованого навчання, хоча й використовує сучасні апаратні та програмні можливості обчислювальної техніки і нові методи представлення знань. Найбільш розвинутою і розробленою як з методичної, так і з технічної точок зору за такого підходу виявляється лекційна частина курсу. Проблема адекватної підтримки практичних занять з математики менш розроблена. Математична практична діяльність учня полягає в розв'язуванні математичних задач. Відомі *системи комп'ютерної алгебри* (або математичні системи) – Derive, Mathematica, Maple, MathCad тощо - значною мірою вирішують задачу підтримки професійної математичної діяльності, пов'язаної із символьними обчисленнями і чисельними розрахунками. Вони надають професіоналам можливості розв'язання широкого кола математичних задач. Навчальна математична діяльність, однак, має певну специфіку.

*Метою учня є побудова ходу розв'язання математичної задачі, а не одержання відповіді.*

Тому математичні системи навчального призначення повинні підтримувати саме хід розв'язування математичної задачі. Слід зазначити також, що професійні системи комп'ютерної алгебри мають англomовний інтерфейс та занадто дорогі для використання в загальноосвітній школі. Саме з метою уникнення цих недоліків і створено програмно-методичний комплекс ТерМ VII (ПМК). Фактично ПМК ТерМ VII є шкільною системою комп'ютерної алгебри.

Основне призначення системи ТерМ - комп'ютерна підтримка практичних занять і лабораторних робіт з математики - тобто активної математичної діяльності користувача (учня, студента).

У процесі такого роду діяльності учень використовує теоретичні знання, набуті на попередніх етапах навчання, для розв'язання практичних задач.

ПМК ТерМ VII може використовуватися вчителем на уроці у процесі пояснення методів розв'язання алгебраїчних задач, для проведення самостійних і контрольних робіт. Окремий модуль призначений для перевірки практичних вмінь учнів та надбання ними навичок алгебраїчних перетворень.

Розвиток ПМК ТерМ буде здійснюватися включенням до нього як нових предметних областей, так і нових типів задач, тобто реалізації в повному обсязі концепцій, викладених нижче.

### 1.1. Концепція підтримки діяльності учня в ПМК ТерМ

Один з найважливіших аспектів підтримки роботи учня – *перевірка правильності ходу розв'язання задачі*. Зокрема, вирішуючи алгебраїчну задачу, учень перетворює математичні вирази. Будь-яка помилка, допущена в перетвореннях, приводить у результаті до неправильної відповіді. Цей факт виявляється учнем занадто пізно: або при порівнянні отриманого результату з відповіддю, або при одержанні низької оцінки за контрольну роботу. Уникнути цього можна, якщо доручити програмному засобу перевірку правильності перетворень на кожному кроці розв'язування подібно до перевірки правильності правопису в Microsoft Word. Так, розв'язуючи задачу в ПМК ТерМ, учень не може продовжувати її рішення, якщо ним допущено помилку.

Другий, не менш значущий аспект підтримки, – *автоматизація рутинних дій учня*, пов'язаних з обчисленнями. Наприклад, учню 7-го класу алгоритми арифметичних дій над цілими та раціональними числами знайомі досить добре. Складність полягає в тому, що він змушений витратити навчальний час на

виконання рутинних (для його рівня розвитку) обчислень, спрямованих на отримання відповіді. В ПМК ТерМ цю проблему вирішено.

Третій аспект – надання учню зручного способу користування навчальною, навчально-методичною та довідковою інформацією. ПМК ТерМ надає користувачам таку інформацію. Математична система навчального призначення також повинна надавати учневі відповідний математичний інструментарій: калькулятор, засоби побудови графіків, що також враховано в ПМК ТерМ.

## **1.2. Концепція підтримки діяльності вчителя**

Будь-яка розвинена математична система повинна забезпечувати ефективне проведення навчального процесу в цілому, підтримуючи взаємодію вчителя й учня.

Перший аспект такої підтримки - *перевірка правильності ходу розв'язування задачі*. Для вчителя цей вид підтримки повинен полягати у перевірці системою правильності ходу розв'язування задачі на кожному кроці, тим самим виключаючи можливість припущення помилок учнем. Задача вчителя полягає в тому, щоб перевірити раціональність дій учня під час розв'язування задачі.

Другий аспект підтримки діяльності вчителя – *автоматизація тестування знань учнів*. Система повинна надавати можливість здійснення перевірки знання основних математичних правил і формул. В ПМК ТерМ реалізовано програмний модуль Вправи, який виконує цю функцію.

Третій аспект – надання вчителю заздалегідь спланованої згідно з вимогами стандартів *системи навчальних матеріалів* для проведення всього циклу уроків з можливістю його модифікації. Зокрема, Задачник повинен містити завдання для кожного уроку, причому вчитель має можливість розробляти та задавати учням „свої” задачі.

Нарешті, вчителю має бути надано можливість використовувати систему на уроках і під час *викладання нового матеріалу в якості електронного підручника*.

## **1.3. Склад ПМК ТерМ**

Основний вид діяльності користувача в ПМК – розв'язування математичної задачі. Цей процес становить послідовність кроків, на кожному з яких користувач виконує деяке перетворення математичного об'єкта – моделі математичної задачі. Таким чином, основним програмним модулем ПМК є спеціальний модуль - *Середовище розв'язання (задач)*. Основні функції цього модуля – перевірка правильності перетворень, виконаних користувачем, або автоматичне виконання перетворення за командою користувача. Список припустимих перетворень надано у модулі *Довідник*, звідки користувач на кожному кроці обирає потрібне перетворення. Редагування і перетворення алгебраїчних виразів підтримуються спеціалізованим *Математичним редактором*.

Джерелом задач є *Задачник* - модуль системи, в якому представлені всі типи задач, що підтримуються *Середовищем розв'язання*. Розв'язані задачі зберігаються в *Зошиті* користувача. Вищезгадані програмні модулі безпосередньо підтримують процес розв'язування задачі.

Важливим модулем системи є *Навчальний посібник*. У посібнику представлено теоретичний матеріал. Виклад цього матеріалу доповнюється програмним модулем *Вправи*. Мета кожної вправи в цій системі - усне розв'язування нескладних задач з даної теми. Система перевіряє правильність відповіді.

Нарешті, ПМК містить програмні модулі (так звані „математичні інструменти”) - *Розв'язувач* і *Графіки*.

Робота користувачів у системі персоніфікована. Кожен користувач має декілька власних *Зошитів*.

## 2. Характеристики програмних модулів ПМК ТерМ

### 2.1. Навчальний посібник

Програмний модуль Навчальний посібник (далі - посібник) по суті є електронним підручником, зміст якого узгоджений з програмою з алгебри у 7 класі загальноосвітньої школи.

Відзначимо, що термін "електронний підручник" використовується в літературі часто в широкому розумінні – для позначення програмних засобів навчального призначення. Під електронним підручником ми розуміємо модуль системи, у якому представлено навчальний матеріал. Подання цього матеріалу доповнюється системою вправ. Передбачається, що користувач може відкрити посібник, переглянути його зміст, обрати навчальний матеріал для вивчення і, засвоївши цей матеріал, виконати вправи для самоперевірки.

Посібник пропонує користувачу (учню, вчителю) навчальний матеріал, структурований відповідно до тематичного плану навчального курсу (тема, параграф). Цей матеріал надано у вигляді гіпертексту, при цьому використані сучасні можливості представлення знань.

Кожен параграф теоретичного матеріалу підручника розрахований на один сеанс роботи користувача. Параграф має унікальний номер. У кінці кожного параграфа вбудовані кнопки *Перевір себе*, які здійснюють контекстні виклики Програмного модуля Вправи.

Параграфи посібника, крім теоретичного матеріалу, містять ще й систему навчальних прикладів розв'язання задач.

Система самоперевірки, реалізована в програмному модулі Вправи, надає користувачеві можливість набуття первісних умінь та навичок в усному розв'язуванні математичних задач на заданий навчальний матеріал.

Зрештою зауважимо, що поряд з даним посібником ми рекомендуємо використовувати також інші посібники та підручники – як електронні, так і паперові.

### 2.2. Вправи

Програмний модуль *Вправи* призначено для самоперевірки знань учнів та отримання ними практичних умінь і навичок обчислень та застосування алгебраїчних перетворень у процесі розв'язання нескладних задач на дану тему.

Кожна вправа містить три однотипних приклади. Ми пропонуємо таку методику розв'язування прикладу: учень має розв'язати приклад усно або за допомогою чернетки, а потім вписати результат у поле відповіді. Правильність відповідей перевіряється системою одразу для трьох прикладів. Сигнал червоного кольору означає, що відповідь неправильна. У цьому випадку учень має знайти та виправити помилку. Жовтий колір означає, що відповідь можна спростити. Таким чином, якщо учень не може одразу ввести остаточну правильну відповідь, він може дати деяку проміжну відповідь. Тоді сигнал жовтого кольору означає, що учень на вірному шляху.

Кожен тип завдань для самоперевірки містить десять задач, із яких випадково обираються будь-які три. Виконання вправи можна повторити з іншими прикладами (*Вправи-Повторити*). Таким чином, учитель може диференціювати навчальне навантаження учнів з виконання вправ. Відзначимо, що робота учня над цими вправами комп'ютером не оцінюється. Ми вважаємо, що на цьому етапі роботу учня може оцінювати сам учень або вчитель.

## 2.3. Задачник

Програмний модуль Задачник призначено для зберігання задач, які користувач може розв'язувати у середовищі розв'язання. Для того, щоб почати розв'язання, треба лише натиснути на кнопку *Розв'язувати*. Як і навчальний посібник, Задачник структуровано за змістом на розділи та параграфи. Кожен з параграфів містить перелік алгебраїчних задач. Зауважимо, що укладачі задачника підбирали задачі з різноманітних джерел. При цьому ми орієнтувалися на програму з алгебри 7-го класу загальноосвітньої школи. Таким чином, більшість задач є такими, які розв'язуються на уроках алгебри у сьомому класі. Виключенням є параграф, що містить задачі на розв'язання систем трьох лінійних рівнянь з трьома змінними, та деякі з текстових задач підвищеної складності на складання математичних моделей. Учитель може використовувати ці задачі на власний розсуд. Ми можемо рекомендувати, наприклад, наводити приклади на системи лінійних рівнянь як задачі, які мають простий метод розв'язання, але потребують значних обчислень.

Крім задач, які пропонуються до розв'язання на практичних заняттях або вдома, Задачник містить умови 6-ти тематичних атестацій. Кожна тематична атестація запропонована в 6-ти приблизно рівних за складністю варіантах контрольних робіт.

Особливість нашого задачника полягає в тому, що всі текстові задачі, тобто задачі на складання та розв'язання математичних моделей, мають змістовну підтримку. Комп'ютер перевіряє правильність математичної моделі (лінійного рівняння або системи лінійних рівнянь), складеної учнем. Якщо ж учень не в змозі самостійно скласти цю модель, комп'ютер може це зробити за нього.

## 2.4. Зошит

Зошит містить задачі, які або вже розв'язані учнем, або розв'язання яких він розпочав, але не встиг довести до кінця, тобто до відповіді. Будь-яку задачу, яку учень розв'язує у Середовищі розв'язання, можна зберегти у зошиті, а у наступному сеансі роботи продовжити її розв'язання.

У зошитах зберігаються всі задачі, розв'язувані учнем. Особливість ПМК ТерМ полягає в тому, що кожен його користувач може мати декілька зошитів. Ми пропонуємо вчителю ввести в своєму класі власну систему учнівських зошитів. Можна, наприклад, запропонувати учням створювати нові зошити на кожному уроці або заводити нові зошити на кожен тему. Якщо такої системи не буде створено, вчитель та учні вимушені будуть шукати потрібні задачі серед великої кількості інших невпорядкованих задач.

## 2.5. Середовище розв'язання

Середовище розв'язання (СРЗ) є основним модулем ПМК ТерМ. СРЗ – це потужний інструмент, за допомогою якого користувач може розв'язувати алгебраїчні задачі за 7 клас.

Відкривши СРЗ, користувач має вибрати одну із задач Задачника або скористуватися командою *Задача/Нова задача*. У вікні, що відкриється за цією командою, треба обрати в меню один з типів задач та ввести умову відповідної типової задачі з клавіатури, користуючись математичним редактором. Після того як умову задачі буде введено, Користувач має вибрати один з режимів розв'язання: або автоматичний режим, або режим перевірки кроку розв'язання, або змішаний режим. Розв'язуючи задачу в автоматичному режимі, користувач

вибирає з Довідника те перетворення, яке він хоче виконати, а комп'ютер виконує це перетворення. У режимі перевірки кроку розв'язання користувач самостійно виконує крок розв'язування задачі, а комп'ютер перевіряє правильність виконання цього кроку.

Процес розв'язання задачі користувач здійснює за допомогою Довідника та математичного редактора. Вчитель повинен розуміти, що техніка роботи користувача в СРЗ є об'єктивно не зовсім простою. Учні мають поступово освоювати методи роботи в СРЗ, отримувати вміння та навички роботи в СРЗ, зокрема навички роботи в математичному редакторі та вміння користуватися Довідником. Ми вважаємо за потрібне рекомендувати вчителю скласти план освоєння СРЗ. Це можна зробити як на уроках з математики, так і в позаурочний час, виділивши для цього окремі 2-3 години. Як результат, у подальшому вчитель зможе ефективно використовувати СРЗ протягом усього навчального року, поєднуючи класичні методики викладання математики та нові методики її викладання, засновані на використанні інформаційних технологій.

## **2.6. Розв'язувач**

Програмний модуль Розв'язувач призначено для розв'язання типових задач, які вивчаються в курсі алгебри 7 загальноосвітньої школи. З точки зору функціональності цей модуль є модулем комп'ютерної алгебри. Зауважимо, що за допомогою цього модуля можна розв'язувати значно складніші з точки зору кількості обчислень задачі, ніж ті, які вивчаються в 7 класі середньої школи. Результатом розв'язання кожної задачі є відповідь. Незважаючи на те, що цей модуль не використовується безпосередньо в процесі розв'язання задач в ПМК ТерМ, його можна використовувати як обчислювач у вивченні інших дисциплін (наприклад, фізики) або для розв'язання математичних задач, що виникають на практиці. Інші варіанти використання цього модуля в навчальному процесі вчитель може знайти самостійно.

## **2.7. Графіки**

Програмний модуль Графіки призначено для розв'язання задач графічним способом. Основною з цих задач є задача розв'язання системи 2-х лінійних рівнянь з двома невідомими. У цій версії користувач може розв'язувати також інші задачі. Прикладом є задача обчислення рівняння прямої, яку проведено через дві задані точки. Основною особливістю версії є те, що в ній реалізовано лише два геометричні об'єкти – прямі та точки на декартовій площині. Таким чином, у цьому модулі зараз можна розв'язувати геометричні задачі на побудови за допомогою лінійки. Ще одна особливість – можливість використання системи понять аналітичної геометрії точок і прямих на декартовій прямокутній площині. Це дозволяє розв'язувати відповідні задачі, користуючись по суті геометричною мовою. Таким чином, модуль Графіки має достатньо великі дидактичні можливості.

## **2.8. Довідник**

Програмний модуль Довідник відіграє в ПМК ТерМ дуже важливу роль. Він містить усі перетворення, якими можна користуватися в СРЗ, розв'язуючи задачу в автоматичному режимі. Кожне з перетворень реалізовано у вигляді довідки, яка містить потрібну інформацію. Зокрема, кожне з алгебраїчних перетворень представлено формулою або декількома формулами, назвою перетворення,

необхідним математичним коментарем, а також довідкою *Як це зробити*, яка містить інструкцію щодо виконання відповідної дії.

Зазначимо, що повний за змістом довідник ПМК ТерМ можна побачити, розкривши програмний модуль Довідник з головної сторінки ПМК ТерМ. У такому вигляді довідник можна використовувати при вивченні нового теоретичного матеріалу, а також при підготовці до виконання практичних завдань, тобто сеансу роботи в СРЗ на нову тему.

Так, у курсі алгебри 7 класу використовуються *раціональні числа*, записані як *звичайні* або *змішані* дробі, а також як *десяткові* або *періодичні десяткові* числа. Звичайно, користувач повинен мати можливість у процесі розв'язання задачі переходити від однієї форми запису числа до іншої. Таким чином, у Довіднику реалізовано довідки про представлення раціональних чисел у різних формах запису. Готуючись до заняття, користувач (учень або вчитель) має можливість, відкривши повний Довідник з головної сторінки, знайти розділ Числа, підрозділ Форми запису чисел та, прочитавши три довідки, дізнатися про всі можливості щодо форм запису чисел, які пропонує ПМК ТерМ користувачу. Повний зміст Довідника наведено в електронному документі „Інструкція користувача ПМК ТерМ VII”, який входить до складу дистрибутивного диску ПМК (далі - ІК), п. 7.2. Ми рекомендуємо вчителю роздрукувати в зручній для учня формі зміст цього пункту ІК таким чином, щоб учні могли ознайомитися зі змістом довідника.

Учитель має бути готовим до того, що деякі з перетворень, представлених у Довіднику, можуть бути незнайомими для учнів. Це, наприклад, стосується довідки п.7.2.8.1.3 ІК про елементарні перетворення систем лінійних рівнянь. Справа в тому, що це перетворення є стандартним для лінійної алгебри, але не вивчається як таке у загальноосвітній школі. Проте у спеціалізованих школах це універсальне перетворення може викладатися. Тому ми вирішили включити його до нашого Довідника.

Ще однією особливістю деяких довідок є те, що формули-рівності, якими вони представлені, можуть використовуватися як зліва направо, так і справа наліво. Так, рівність  $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$  може використовуватися як для множення степенів, так і для розкладання степеня на множники. Для того, щоб використовувати такі довідки для перетворень, треба ознайомитися на практиці з порядком їх виконання.

Відзначимо також, що групи перетворень, представлені у певній довідці, на даному етапі навчання (7-ий клас) є особливо важливими з методичної точки зору. Вони представляють той навчальний матеріал, який зараз вивчається. Довідник зроблено таким чином, що користувач повинен обрати та „включити” за допомогою такого елемента інтерфейсу, як перемикач, потрібне перетворення з групи. Прикладом таких особливо важливих перетворень є група формул з довідки 7.2.4.1.1 *Загальні перетворення степенів* ІК, які представляють основні властивості степенів. Для інших груп перетворень, які представлені однією довідкою, комп'ютер сам обирає потрібне з перетворень групи, аналізуючи виділений вираз.

Нарешті, в останньому розділі довідника представлені відповіді до задач. З методичної точки зору справа полягає в тому, що відповідь-формула має супроводжуватися деяким логічним висновком. Так, наприклад, розв'язання лінійного рівняння треба проаналізувати на кількість розв'язків. Таке рівняння може мати або єдиний розв'язок, або безліч розв'язків, або не мати розв'язків. Довідник надає користувачу можливість зробити цей висновок. Деякі задачі у розумінні ПМК ТерМ є нетиповими. Це означає, що по закінченні розв'язання логічного висновку робити не треба, а треба лише повідомити комп'ютер про закінчення роботи. Прикладом такої задачі є задача на розкладання многочлена

на множники. Розклавши многочлен на множники, користувач повідомляє комп'ютер про закінчення за допомогою довідки п. 7.2.10.7.1 Задачу розв'язано.

### 3. Використання ПМ Навчальний посібник та ПМ Вправи

#### Вправи

Вправи для самоперевірки містяться у більшості параграфів *Навчального посібника* (НП). Перші завдання з пропозицією „*Перевір себе*” ми зустрічаємо у §2 *Рівносильні рівняння*. У даному параграфі запропоновані завдання наступних типів:

1. спростити вираз;
2. розкрити дужки у виразі;
3. привести подібні у виразі.

Ці завдання можна використати на етапі актуалізації опорних знань на початку вивчення зазначеної теми або при вивченні теми „Вирази”. Рівень складності наданих завдань відповідає рівню А пункту „Тотожні рівні вирази. Тотожності” за підручником [1]. Звичайними у традиційній системі навчання математики є вправи для повторення, в якості яких можна використовувати зазначені завдання.

Третій параграф НП знайомить учнів з лінійними рівняннями і надає іншу систему вправ для самоперевірки:

1. спростити рівність;
2. привести рівняння до вигляду  $a \cdot x = b$ ;
3. розв'язати рівняння.

У завданні спростити рівність необхідно записати вираз у найпростішому вигляді з цілими коефіцієнтами. Наприклад, рівняння  $3 - x = 4 - 3 \cdot x$  достатньо привести до вигляду  $2 \cdot x = 1$ . Пропоновані завдання відповідають державній програмі з математики, сприяють кращому засвоєнню матеріалу теми та готують учня до виконання більш складних вправ у *Середовищі розв'язання*.

Наступний параграф „*Розв'язання задач за допомогою рівнянь*” є складним і дуже важливим для засвоєння, оскільки цій метод широко використовується у подальшому курсі алгебри (наприклад, під час вивчення теми „Розв'язування задач за допомогою систем лінійних рівнянь”), а також у геометрії, фізиці, хімії та в інших шкільних дисциплінах. У даному параграфі пропонуються чотири типи завдань, які відрізняються за рівнем складності. У першій, другій і четвертій групах завдань вимагається розв'язати рівняння відносно вказаної змінної. Але у першій групі містяться найпростіші лінійні рівняння з однією змінною, у другій – з двома змінними, а у четвертій – рівняння з двома змінними, надані у вигляді дробів. Можливо, не всі учні зможуть розв'язати ці вправи усно і скористаються чернеткою. Третя група завдань пропонує розв'язати рівняння, які зводяться до лінійних і є підготовчою до четвертої групи завдань.

Оскільки завдання цього параграфу безпосередньо не стосуються розв'язування текстових задач, а є пропедевтичними, то вони можуть бути використані як на попередніх заняттях (рівносильні рівняння, лінійні рівняння), так і у подальших темах, як вправи для повторення.

Вивчення наступного розділу *Цілі вирази* передуює темі *Рівняння* за підручником [1], але викладення матеріалу у НП відповідає підручнику [2] та календарно-тематичному плануванню [3]. У п'ятому параграфі „*Вирази зі змінними*” пропонуються дві групи вправ, у яких необхідно знайти значення виразу при даному значенні змінної. Перша група містить вирази з однією змінною, а друга – з двома. Ці групи завдань є підготовчими для засвоєння питань, що стосуються обчислення значень функцій та побудови їх графіків, систем лінійних рівнянь, розв'язування нерівностей тощо.

Шостий параграф містить вирази зі степенями і пропонує знайти значення виразу при даному значенні однієї з двох змінних.

§ 8 *Одночлени* надає наступну систему вправ:

1. виконати дії;
2. спростити вираз;
3. привести одночлен до стандартного вигляду;
4. перемножити одночлени;
5. знайти найбільший спільний дільник (НСД) одночленів;
6. знайти найменше спільне кратне (НСК) одночленів;
7. представити одночлен  $P$  у вигляді степеня іншого одночлена;
8. представити одночлен у вигляді одночлена від однієї змінної при заданому значенні іншої змінної;
9. знайти одночлен  $M$  з рівності.

Метою перших чотирьох груп завдань є перевірка умінь школярів використовувати властивості дій над степенями з рівними основами, здійснювати перетворення добутку одночленів та приводити їх до стандартного вигляду. Ці вміння необхідні для знаходження НСД та НСК одночленів, а також при розв'язуванні завдань, які пов'язані з многочленами та раціональними виразами.

З поняттями НСД та НСК натуральних чисел учні знайомі з 6 класу. Але до початку розв'язування завдань типів 5 та 6 з учнями необхідно додатково обговорити поняття НСД та НСК для одночленів. Різниця для їх знаходження полягає у тому, що натуральні числа ми подаємо у вигляді добутку простих множників, а одночлени – змінних. Ці завдання не є обов'язковими для виконання усіма учнями, але стануть у нагоді на факультативних заняттях, кружках, у спеціалізованих класах. Пропоновані завдання є дуже корисними для підготовки до вивчення теми перетворення раціональних виразів зі змінними.

У сьомій та дев'ятій групах завдань учням необхідно провести аналіз степенів змінних, які входять до одночленів, і встановити зв'язок між їх показниками. Для успішного виконання вправ цієї групи потрібно досконале володіння властивостями дій зі степенями. Завдання восьмої групи схожі з завданнями шостого параграфу, але змінна входить до виразу в деякому степені.

Завдання із §10 містять вправи на приведення до стандартного вигляду суми та різниці двох многочленів, що являє собою зведення подібних членів. Без сформованості на належному рівні відповідних навичок неможливий перехід до більш складних вправ на дії з многочленами.

§11 Множення многочлена на одночлен разом із попереднім параграфом виступають як основа для засвоєння дії множення двох многочленів, що розглядається у наступному параграфі. У завданнях необхідно помножити одночлен на многочлен. У першій групі завдань наведені многочлен і одночлен з однією і тією ж самою змінною, а у другій з двома змінними.

Дванадцятий параграф містить три типи завдань:

1. винести за дужки спільний множник;
2. розкласти на множники;
3. представити у вигляді многочлену від змінної  $x$ .

Останні два параграфи даного розділу (§13 та §14) присвячено знайомству з формулами скороченого множення різниці квадратів та квадрату двочлена відповідно. У §13 перші дві групи завдань є однаковими за рівнем складності але оберненими одна до одної (розкласти на добуток та записати у вигляді многочлена). Система вправ чотирнадцятого параграфу аналогічна вище наведеним і містить чотири групи завдань (дві - на застосування формули квадрату суми, та дві – на формули квадрату різності).

§ 15 супроводжується трьома групами завдань. У перших двох групах учні повинні спростити вираз за допомогою розкриття дужок та формул скороченого

множення. В одній серії завдань передбачено застосування формули різниці квадратів, а в іншій – квадрату двочлена. У третій групі завдань необхідно визначити невідомий вираз Р, який перетворює задану рівність у тотожність. Система вправ до § 15 є дуже важливою, тому що вона навчає школярів здійснювати перетворення многочленів. Аналогічні вправи на розклад многочленів надаються також і до § 16.

Вправи, які супроводжують §§ 21-25, стосуються теми „Системи лінійних рівнянь”. Метою цих вправ є навчання школярів методам розв’язування таких систем: перетворення системи лінійних рівнянь до канонічного вигляду, знаходження виразу однієї із змінних через іншу, підстановка цього виразу в деяке рівняння системи, виключення деякої змінної з одного із рівнянь системи способом додавання, знаходження числового значення однієї із змінних, підстановка цього значення в одне із рівнянь системи і знаходження значення іншої змінної. Одним словом, ці вправи охоплюють усі прийоми, які використовуються при розв’язуванні систем лінійних рівнянь.

## **4. Організація практичної роботи в ПМК ТерМ**

### **4.1. Структура задачника**

Завдання у задачнику розташовані у тому ж самому логічному порядку, що і у навчальному посібнику. Зауважимо, що розділам 2 „Цілі вирази” (задачі, які стосуються дій з одночленами) і 3 „Перетворення цілих виразів” відповідає у задачнику розділ „Розкладання многочленів на множники”. Окремо згруповані текстові задачі на розв’язування за допомогою систем лінійних рівнянь. На допомогу вчителю для проведення тематичних атестацій з кожної теми надається по 6 варіантів завдань. За часом проведення кожен варіант атестації розрахований на цілий урок (45 хв.). Залежно від рівня знань кожного учня вчитель може варіювати навантаження, виділяючи частину вправ як додаткові.

### **4.2. Розв’язання задач у режимі перевірки**

Цей режим є найбільш корисним для розв’язування нескладних задач. Він передбачає знання учнями основних формул та вміння проводити основні перетворення рівнянь і математичних виразів.

Покажемо основні принципи роботи в режимі перевірки на прикладі розв’язування такої задачі: спростити вираз  $(x+2) \cdot (x+4) - (x+3)^2$ . У вікні модуля „Середовище розв’язання” підведемо вказівник мишки до заголовку „Задача”, що знаходиться на верхній панелі і натиснемо ліву клавішу мишки. З’явиться надпис „Режим розв’язування”. Ще раз натиснемо ліву клавішу мишки на цьому надпису і потім виберемо потрібний режим з трьох, назви яких відкриються: „Автоматичний”, „Перевірка кроку розв’язання”, „Змішаний” (у наведеному прикладі, зрозуміло, обираємо режим „Перевірки кроку розв’язання”). Потім необхідно натиснути кнопку „Почати розв’язування” на верхній панелі. В полі зошита з’явиться надпис: „Почнемо розв’язання” і умова задачі:  $(x+2) \cdot (x+4) - (x+3)^2$ . Підведемо вказівник мишки до знаку множення у виразі  $(x+2) \cdot (x+4)$  і натиснемо праву клавішу мишки. Після надпису „Виконаємо наступне перетворення” буде записана копія виразу  $(x+2) \cdot (x+4)$  і знак рівності. Праворуч від цього знаку учень з клавіатури набирає новий вираз, який є тотожним перетворенням заданого:  $x \cdot (x+4) + 2 \cdot (x+4)$ . Потім необхідно підвести вказівник мишки до заголовку „Хід розв’язування” на верхній панелі і натиснути ліву клавішу. Після цього з’явиться надпис „Виконати крок”. На цьому надпису треба ще раз

натиснути ліву клавішу мишки. Під заголовком „Отримаємо” буде записано перетворений вираз:  $x \cdot (x+4) + 2 \cdot (x+4) - (x+3)^2$ . Якщо при виконанні перетворення учень зробить помилку, то на „світлофорі” у правому боці поля зошита спалахне червоне світло. Для подальшого розв’язання задачі необхідно виправити помилку, оскільки комп’ютер „відмовиться” від запису неправильного виразу. Аналогічно перетворюються добутки  $x \cdot (x+4)$  та  $2 \cdot (x+4)$ , після чого буде одержано вираз  $x^2 + 4 \cdot x + 2 \cdot x + 8 - (x+3)^2$ . Для зведення подібних членів можна натиснути праву клавішу мишки на знаку „+” у виразі  $4 \cdot x + 2 \cdot x$  і знову „виконати наступне перетворення”, як це було описано вище, тобто після знака рівності набрати з клавіатури  $6 \cdot x$ , потім „Виконати крок” і отримати вираз  $x^2 + 6 \cdot x + 8 - (x+3)^2$ . Однак існує інший спосіб зведення подібних членів: можна двічі клацнути лівою клавішею мишки на тому ж знаку „+”, після чого з’явиться вираз  $6 \cdot x$ . Для перетворення  $-(x+3)^2$  необхідно натиснути праву клавішу на знаку дужки у цьому виразі, а потім набрати з клавіатури перетворений вираз:  $-(x^2 + 6 \cdot x + 9)$  і „Виконати крок”. Аналогічно для розкриття дужок в отриманому виразі треба ще раз натиснути ліву клавішу мишки на знаку дужки. Після зведення подібних членів буде отримано  $-1$ . По завершенні розв’язування необхідно знайти заголовок „Відповіді” у правій частині вікна і натиснути кнопку „Виконати” біля надпису „Задачу розв’язано”.

#### 4.3. Розв’язання задач у режимі автоматизації

Цей режим призначено для розв’язування більш складних задач, які потребують виконання великої кількості засвоєних раніше елементарних перетворень. Він вивільняє додатковий час за рахунок скорочення процесу розв’язування та дозволяє зосередитися учневі на сутності використовуваних методів.

Покажемо застосування автоматичного режиму розв’язування на такому прикладі: спростити вираз  $(12 \cdot a - b)^2 - (9 \cdot a - b) \cdot (16 \cdot a + 2 \cdot b)$ . Підведемо вказівник мишки до знаку дужки у виразі  $(12 \cdot a - b)^2$  і натиснемо праву клавішу мишки. У правій частині вікна відкриється перелік можливих перетворень над виразами. Оскільки нам треба скористатися формулою скороченого множення, то знайдемо у

цьому списку перетворення  $\frac{(A+B)^2}{(A-B)^2}$  і натиснемо кнопку „Виконати”. У лівій частині

з’явиться надпис „Застосуємо формулу квадрата суми (різності). Отримаємо:” і нижче перетворений вираз:

$$(12 \cdot a)^2 - 2 \cdot 12 \cdot a \cdot b + b^2 - (9 \cdot a - b) \cdot (16 \cdot a + 2 \cdot b).$$

Знову підведемо вказівник мишки до знаку дужки у виразі  $(12 \cdot a)^2$  і натиснемо праву клавішу мишки. Потім натиснемо кнопку „Виконати” на перетворенні  $A = B \rightarrow F(A) \square F(B)$ . Відкриється вікно „Додатковий вираз”, в якому записано  $(12 \cdot a)^2 =$ . Праворуч від цього надпису необхідно ввести перетворений вираз  $144 \cdot a^2$  і натиснути кнопку „Виконати”. У полі зошита з’явиться перетворений вираз:  $144 \cdot a^2 - 2 \cdot 12 \cdot a \cdot b + b^2 - (9 \cdot a - b) \cdot (16 \cdot a + 2 \cdot b)$ . Щоб знайти добуток  $2 \cdot 12$  можна двічі клацнути лівою клавішею мишки на знаку множення. Аналогічно, якщо двічі клацнути лівою клавішею на знаку множення між дужками у виразі  $-(9 \cdot a - b) \cdot (16 \cdot a + 2 \cdot b)$ , одержимо:  $-(144 \cdot a^2 - 16 \cdot a \cdot b + 18 \cdot a \cdot b - 2 \cdot b^2)$ . Ще раз двічі клацнемо на знаку „-” перед дужкою і дістанемо вираз:

$$144 \cdot a^2 - 24 \cdot a \cdot b + b^2 - 144 \cdot a^2 - 18 \cdot a \cdot b + 16 \cdot a \cdot b + 2b^2.$$

Після зведення подібних членів отримаємо  $-26 \cdot a \cdot b + 3 \cdot b^2$ . Зафіксуємо відповідь за допомогою відповідної кнопки, обравши варіант „Вираз спрощено”.

#### 4.4. Розв’язання задач у змішаному режимі

За умови роботи у змішаному режимі учень має можливість виконувати кожну дію у зручному для нього режимі.

#### 4.5. Використання зошитів

Кожен учень може мати декілька зошитів. За бажанням учень зберігає у зошиті як повністю розв’язану задачу, так і задачу, до розв’язування якої він хотів би повернутися пізніше. Під час зберігання з’являється діалогове вікно, у якому учень вводить тему уроку та номер (або дату). Ці поля є обов’язковими для заповнення. З кожної теми може проводитися декілька уроків. Учитель може перевірити задачі, збережені у зошиті, у будь-який зручний час, обираючи під час персоніфікації необхідний клас, прізвище учня та потрібний зошит (якщо їх декілька).

### 5. Розв’язувач

Пояснимо роботу з модулями „Розв’язувач” та „Графіки” на прикладі виконання такої задачі: Знайти значення параметра  $a$ , при якому система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} x + 2 \cdot y = 5 \\ 3 \cdot x - y = 1 \\ 2 \cdot x + 3 \cdot y = a \end{cases} \quad \text{є сумісною.}$$

Відкриємо вікно модуля „Розв’язувач”. У лівій частині вікна запишемо систему рівнянь, яка містить тільки перших два рівняння заданої системи (із системи вилучається рівняння, вільним членом якого є невизначений параметр  $a$ ):

$$\begin{cases} x + 2 \cdot y = 5 \\ 3 \cdot x - y = 1 \end{cases} \quad (*)$$

У правій частині вікна підведемо вказівник мишки до заголовку меню „Системи рівнянь” і натиснемо ліву клавішу мишки. З’явиться довідниковий розділ „Системи лінійних рівнянь”. Натиснемо кнопку „Виконати” у довідниковому вікні цього розділу „Розв’язати систему лінійних рівнянь”. У нижній частині під умовою задачі буде записаний розв’язок системи:  $x=1; y=2$ . Потім замість системи рівнянь у графі „Умова” запишемо ліву частину третього рівняння заданої системи  $2 \cdot x + 3 \cdot y$  та значення змінних  $x$  і  $y$ , які є розв’язком системи рівнянь (\*):  $x=1; y=2$ . Потім відкриємо довідниковий розділ „Вирази” і натиснемо мишкою на кнопку „Виконати” у довідниковому вікні „Знайти значення виразу при даних...”. У нижній частині лівої половини вікна дістанемо відповідь: 8. Це й буде шукане значення параметру  $a$ .

### 6. Графіки

Розв'яжемо ту ж саму задачу за допомогою модуля „Графіки”. Відкриємо відповідне вікно У лівій частині вікна з'явиться зображення координатної площини,

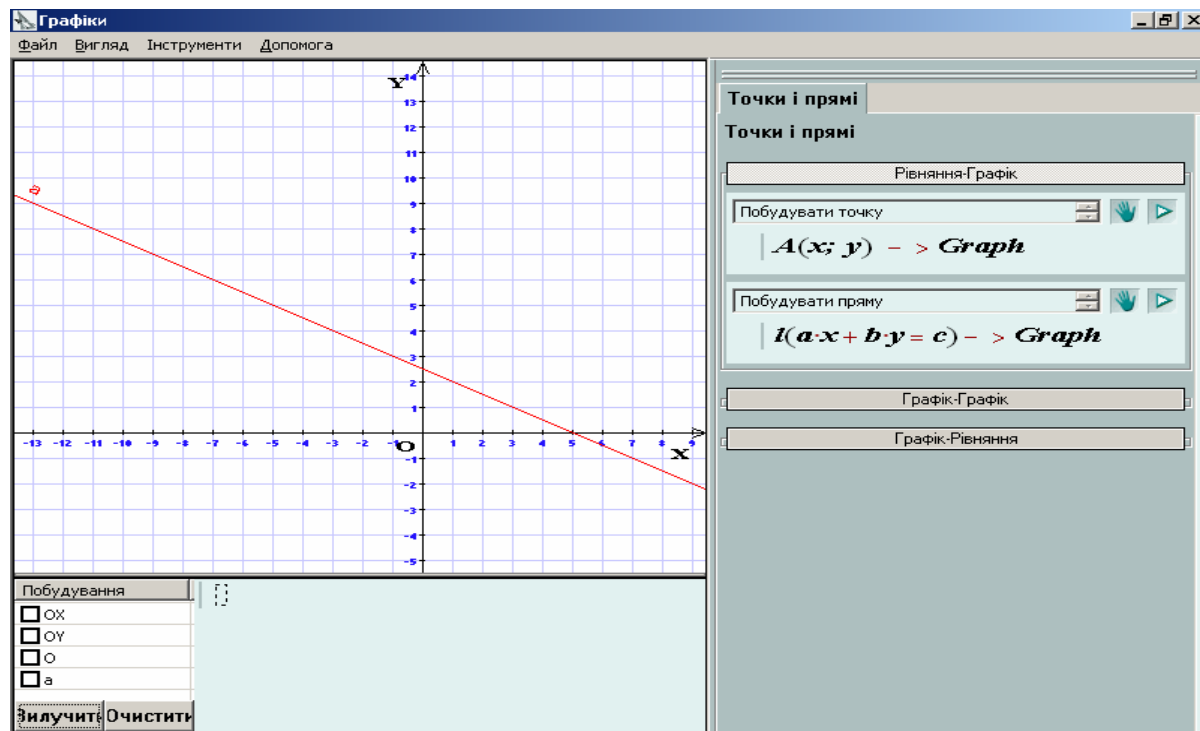


Рис. 7.1

а у правій – назва довідників, за допомогою яких проводиться робота у цьому

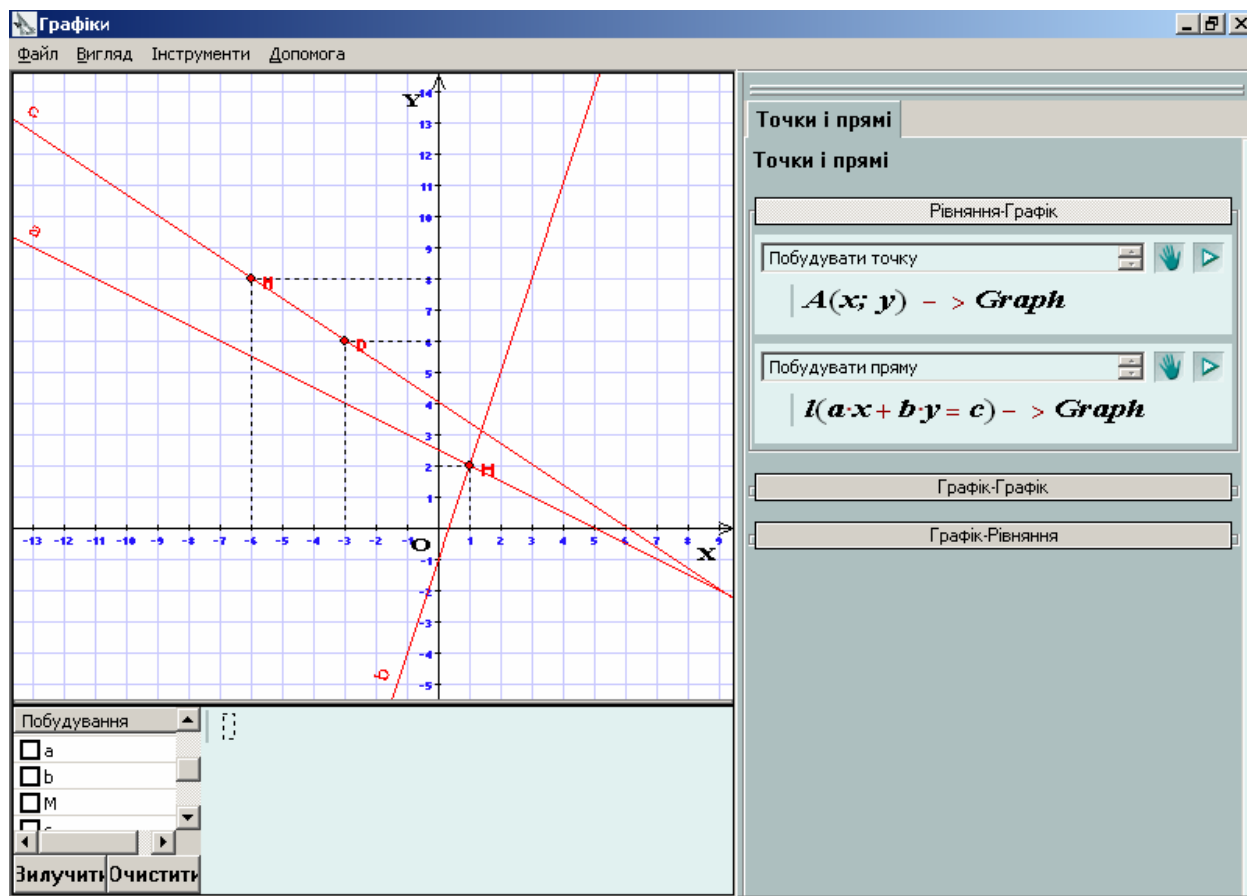


Рис. 7.2

модулі: „Рівняння - графік”, „Графік - графік”, „Графік - рівняння”. Щоб побудувати

пряму  $x + 2 \cdot y = 5$ , в поле „Рівняння” необхідно ввести ім'я прямої (скажімо,  $a$ ), після чого у круглих дужках записати її рівняння. Потім треба підвести вказівник мишки до заголовку „Рівняння - графік” і натиснути ліву клавішу мишки. Одне із довідникових вікон, що з'являється, призначено для побудови прямих. Після натиснення кнопки „Виконати” на координатній площині буде побудована потрібна пряма (рис. 7.1).

Аналогічно будемо другу пряму  $3 \cdot x - y = 1$ , надавши їй будь-яке інше ім'я (наприклад  $b$ ). Ці дві прямі перетинаються у деякій точці  $M$ . Для знаходження координат цієї точки необхідно відмітити у списку побудовань імена прямих, що перетинаються у точці  $M$ . Потім ввести в поле „Рівняння” ім'я точки, в довідниковому розділі „Графік - графік” вибрати вікно „Знайти перетин прямих” і натиснути кнопку „Виконати”. На координатній площині з'явиться зображення точки  $M$ . Після цього у списку імен вибрати ім'я точки і в довідниковому розділі „Графік - рівняння” натиснути кнопку „Виконати”, яка знаходиться у вікні „Знайти координати точки”. У полі рівняння з'явиться ім'я точки та її координати:  $M(1; 2)$ . Якщо задана система рівнянь сумісна, то пряма  $2 \cdot x + 3 \cdot y = a$  повинна проходити через точку  $M$ . Надамо параметру  $a$  деяке значення, наприклад,  $a = 12$  і побудуємо на координатній площині відповідну пряму. Зазначимо, що при переміщенні точки уздовж прямої  $2 \cdot x + 3 \cdot y = 12$  праворуч на три клітинки вона переміщується до низу на дві клітинки (рис. 7. 2).

Пряма  $2 \cdot x + 3 \cdot y = a$  паралельна прямій  $2 \cdot x + 3 \cdot y = 12$ , а тому координати

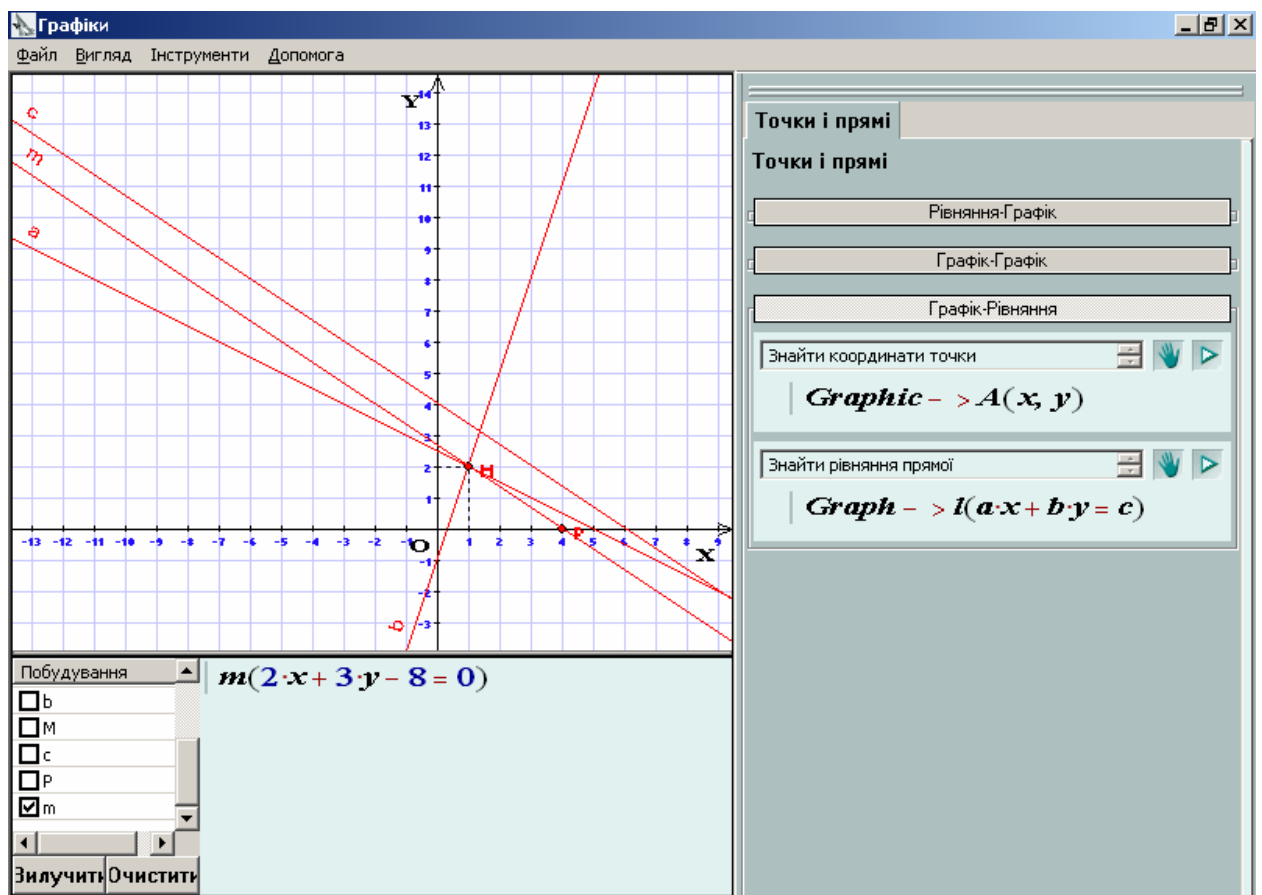


Рис. 7.3

точки першої прямої змінюються при переміщенні у тій самій пропорції, що і координати точки другої прямої. Оскільки пряма  $2 \cdot x + 3 \cdot y = a$  проходить через точку  $M(1; 2)$ , то вона проходить також через точку  $P$ , яка знаходиться на три

клітинки праворуч від точки  $M$  і на дві клітинки нижче її. Отже, точка  $P$  має координати  $x = 1 + 3 = 4$ ;  $y = 2 - 2 = 0$ . Зараз потрібно знайти рівняння прямої, що проходить через дві точки  $M(1; 2)$  та  $P(4; 0)$ . Побудуємо спочатку точку  $P$ . Для цього в полі „Рівняння” необхідно ввести ім'я точки  $P$  та її координати, потім в довідниковому розділі „Рівняння - графік” натиснути кнопку „Виконати” у довідниковому вікні „Побудувати точку”.

У результаті точка  $P$  буде побудована на координатній площині. Тепер можна побудувати пряму  $MP$ . З цією метою виберемо у списку побудовань імена точок  $M$  і  $P$ , введемо в поле „Рівняння” ім'я прямої і у вікні „Провести пряму через дві точки” довідникового розділу „Графік - графік” натиснемо кнопку „Виконати”. Після цього на координатній прямій з'явиться зображення прямої  $MP$ . Потім у списку імен відмітимо ім'я прямої  $MP$  і натиснемо кнопку „Виконати” у вікні „Знайти рівняння прямої” довідникового розділу „Графік - рівняння”. В полі „Рівняння” з'явиться ім'я прямої та її рівняння:  $2 \cdot x + 3 \cdot y - 8 = 0$ .

Звідси робимо висновок, що задана система рівнянь буде сумісною тоді і тільки тоді, коли  $a = 8$ .

### Література

1. Кравчук В., Янченко Г., Алгебра. Підручник для 7 класу./ за ред. Слєпкань З.І. Видання друге, перероблене та доповнене. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2003. – 192 с.
2. Бевз Г.П. Алгебра: проб. підруч. для 7-9 кл. серед. шк. – 2-ге вид. – К.: Освіта, 1997. – 303 с.
3. Математика. Календарно-тематичне планування 5-11 класи. 2001-2002 н.р. Тернопіль: „Астон”, 2001. – 40 с.